**Пусть x(n) = n^((−1)^n) Доказать, что последовательность {x(n)}: неограниченная**

Да, последовательность {x(n)} неограниченная в области целых чисел n. Для доказательства этого, можно рассмотреть альтернативное поведение x(n) для четных и нечетных значениях n.

Для четных n, выражение (-1)^n всегда равно 1, поэтому x(n)=n^(1)=n. Таким образом, последовательность будет возрастать, и неограниченная сверху.

Для нечетных n, выражение (-1)^n всегда равно -1, поэтому x(n)=n^(-1)=1/n. Таким образом, последовательность будет убывать, но тоже неограниченная снизу.

Таким образом, {x(n)} является неограниченной в области целых чисел n.

**Пусть xn) = n^((−1)^n) Доказать, что последовательность {xn}: не является бесконечно большой.**

Для доказательства того, что последовательность {xn} не является бесконечно большой, нам нужно найти такое положительное число A, для которого нельзя найти номер N, чтобы выполнялось неравенство |xn| > A для всех последующих номеров n > N.

Для всех n>=1 выполняется следующее:

* Если n - нечетное число, то (-1^n)=-1, и xn=n^(-1) становится равным 1/n, у которого предел при n стремящемся к бесконечности - это ноль.
* Если n - четное число, то (-1^n)=1, и xn=n^1 становится равным n, у которого предел при n стремящемся к бесконечности - это бесконечность.

Таким образом, последовательность {xn} ограничена сверху значением n (это будет самый большой четный номер), и последовательность {xn} ограничена снизу нулем. Следовательно, последовательность {xn} - ограниченная.

Таким образом, последовательность {xn} не является бесконечно большой (нет элементов, которые стремятся к бесконечности).

**Доказать, что последовательность {sin n} расходится.**

Для доказательства, что последовательность {sin n} расходится, мы можем использовать метод диагонального противоречия.

Предположим, что последовательность {sin n} сходится к какому-то числу L. Тогда, для всех ε > 0 существует номер N такой, что для всех n > N, |sin n - L| < ε.

Рассмотрим два числа ε = 1/2 и ε = 1/4. Тогда, согласно нашему предположению, существуют номера N1 и N2 такие, что |sin n - L| < 1/2 для всех n > N1 и |sin n - L| < 1/4 для всех n > N2.

Рассмотрим последовательность индексов n1, n2, n3, ... , которая строится следующим образом:

* n1 > N1
* n2 > max(n1, N2)
* n3 > max(n2, N2)
* ...

Таким образом, мы строим последовательность номеров, которая не убывает и убывает не медленнее, чем гармонический ряд.

Рассмотрим значения sin n1, sin n2, sin n3, ... , которые соответствуют этим номерам. Так как sin n - sin m = 2cos((n+m)/2)sin((n-m)/2), то мы можем записать:

|sin n1 - sin n2| = 2|cos((n1+n2)/2)sin((n1-n2)/2)| ≥ 2sin((n1-n2)/2)

Заметим, что (n1-n2)/2 > N2, так как n2 > max(n1, N2) и n3 > max(n2, N2) и т.д. Тогда, согласно нашему предположению, |sin((n1-n2)/2)| > 1/4.

Таким образом, мы получаем:

|sin n1 - sin n2| ≥ 2sin((n1-n2)/2) > 1/2

Но это противоречит нашему предположению о том, что для всех ε > 0 существует номер N такой, что для всех n > N, |sin n - L| < ε.

Поэтому, последовательность {sin n} расходится.